|  |
| --- |
| МИНОБРНАУКИ РОССИИ |
| Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА − Российский технологический университет»**  **РТУ МИРЭА** |

**Институт информационных технологий (ИИТ)**

**Кафедра прикладной математики (ПМ)**

**ОТЧЕТ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ**

по дисциплине «Прикладные задачи нелинейной динамики»

**Практическое занятие № 5. Нелинейная модель демографической динамики. Эндогенные колебания численности населения**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Студент группы ИНБО-01-17 | *ИМБО-02-22, Ким Кирилл Сергеевич* | (подпись) | |
| Преподаватель | *Сидоров Станислав Михайлович, преподаватель* | (подпись) | |
| Отчет представлен | «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_2024 г. | |  | |

Москва 2024 г.

**Задание 1. Проведите качественный анализ системы моделирующей динамику численности населения земледельческой общины.**

где:

* n - численность населения
* k - запас продовольствия
* r = 0.02 - коэффициент роста населения
* q = 1.6 - коэффициент использования ресурсов

Существует два параметра, оказывающих влияние на поведение системы — q и r. Первый параметр, «прокармливаемость», определяет, насколько один человек может прокормить себя и других. Согласно теории, этот параметр может варьироваться от 1,2 до 2. Второй параметр — прирост населения, который указывает, насколько увеличивается население с учётом имеющегося продовольствия, и изменяется в диапазоне от 0,01 до 0,02.

В первую очередь мы проведём привычную линеаризацию. При внимательном рассмотрении обнаружим единственную стационарную точку — (1;1). Записав Якобиан, подставив в него значения стационарной точки и составив характеристическое уравнение, а затем найдя собственные значения, мы сможем проанализировать фазовый портрет системы.

Решения представлены на Рисунках 1-4.

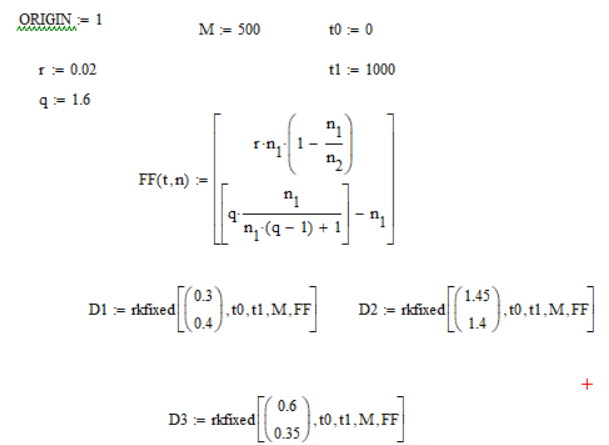


Рисунок 1 – Листинг программы численного решения

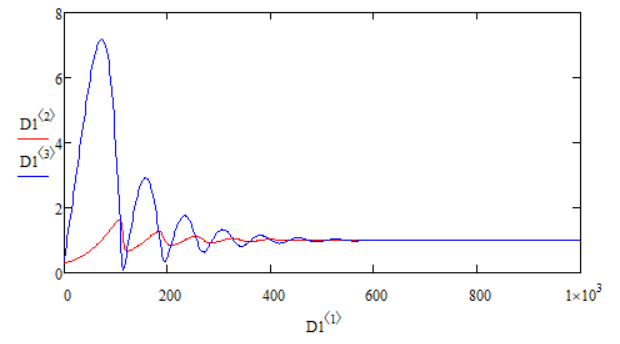


Рисунок 2 –Динамика численности населения (*D1<2>*) и запасов продовольствия (*D1<3>*) за 1000 лет

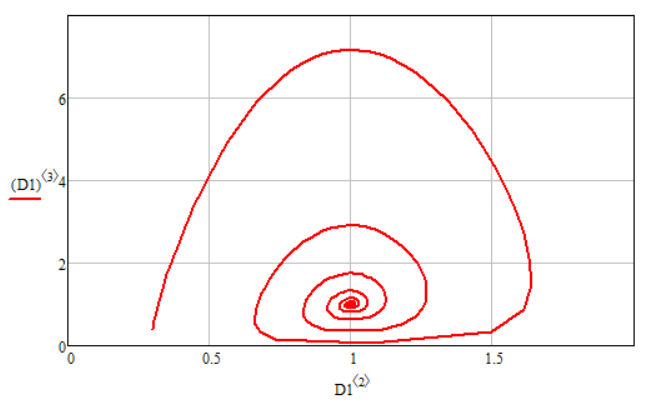


Рисунок 3 – Фазовый портрет. Устойчивый фокус

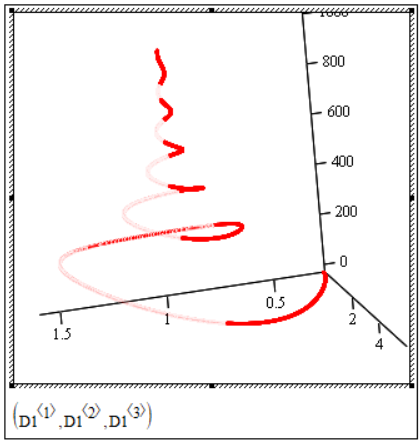


Рисунок 4 – Динамика системы в пространстве (t, n, k)

Очевидно, что на Рисунке 2 изменения в численности населения и запасах продовольствия имеют следующие тенденции:

* Стремление к устойчивому состоянию фокуса (Рисунок 3) — (1,1) при переходе времени к бесконечности;
* Уменьшение запасов продовольствия сопровождается снижением численности населения, однако это происходит с некоторой задержкой;
* Падения и подъемы обеих численностей происходят циклически, причем первый цикл более продолжителен и выражен в большей амплитуде;
* Рост численностей наблюдается при наличии свободных земель.

В итоге, получаем:

* Стабильная точка:
* Фазовый портрет: Устойчивый фокус;
* Траектория стремится к стабильному состоянию;
* Первые 3-4 цикла показывают увеличение численности;
* Тенденция колебаний зависит от параметров r и q;
* Глубина сокращения численности уменьшается с каждым последующим циклом;
* Амплитуда колебаний, особенно в первом цикле, увеличилась;
* Период, как и ожидалось при линеаризации, сократился;
* Частота и общее количество циклов возросли;

**Выводы:**

Таким образом, можно сделать следующие выводы: Модель адекватно отражает численность популяции в зависимости от доступности провизии, при этом уменьшение провизии негативно сказывается на численности населения. Динамика колебаний проявляется в периодичности, причем первый цикл динамики заметно отличается: он имеет более длительный период и большую амплитуду, когда численность населения некоторое время увеличивается, несмотря на снижение провизии. Этот цикл может привести к резкому падению численности и даже к вымиранию населения. При увеличении параметров системы её поведение становится более резким и быстрым: все периоды сокращаются, амплитуда возрастает, а сходимость к устойчивому состоянию происходит быстрее. Общее поведение системы демонстрирует устойчивый фокус; независимо от параметров сходимость всегда ведёт к одной и той же точке равновесия (1,1). Характеристики поведения системы могут быть определены с помощью линеаризации. Таким образом, система демонстрирует сложную динамику, включающую колебания и стабилизацию, где численность населения изменяется в зависимости от доступности ресурсов, колебания постепенно уменьшаются, приводя к стабильному состоянию, а параметры r и q значительно влияют на поведение системы.

**Список использованных источников и литературы:**

а) основная литература:

1. Юмагулов М.Г. Введение в нелинейную динамику: теория, приложения, модели: Учебное пособие для вузов. – ЭБС Лань-Пресс, 2022. – 368 с.
2. Шильников Л.П. и др. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Ч.1.— Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2019. — 416 c. — ISBN 978-5-4344-0744-1. —Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR SMART : [сайт]. —URL: http://www.iprbookshop.ru/91959.html (дата обращения: 30.01.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Шильников Л.П. и др. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Ч.2.— Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2019. — 548 c. — ISBN 978-5-4344-0745-8. — Текст: электронный //Электронно-библиотечная система IPR SMART: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/91960.html (дата обращения: 30.01.2021). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
4. Ширяев, В.И. Финансовые рынки: Нейронные сети, хаос и нелинейная динамика. — М.: Ленанд, 2019. - 232 c.

б) дополнительная литература:

1. Дзержинский Р.И., Пронина Е.Н. Прикладные задачи в анализе динамики систем: компьютерный практикум [Электронный ресурс]: Учебное пособие.— М., МИРЭА— Российский технологический университет, 2018.— 136 с.
2. Малинецкий Г.Г. и др. Нелинейная динамика и хаос: Основные понятия. — М.: КД Либроком, 2018. - 240 c.
3. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики. М. – Физматлит, 2000. 298 с.
4. Гринченко В.Т., Мацыпура В.Т., Снарский А.А. Введение в нелинейную динамику. Хаос и фракталы. М.: Изд-во ЛКИ, 2007.
5. Гаушус Э.В. Исследование динамических систем методом точечных преобразований. М.: Наука, 1976.
6. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах: Учеб. пособие для вузов: Пер. с англ. — М.: Техносфера, 2006. — 488 с.: ил. — (Mир математики).
7. Антипов, О.И. Бифуркации, катастрофы, синергетика, фракталы и нейронные сети в физических, биологических и экономических системах: учеб. пособие. — Самара : Изд-во ПГУТИ, 2013. http://rucont.ru/efd/319612
8. Булавин Л.А. Компьютерное моделирование физических систем: учебное пособие. – Долгопрудный: Интеллект, 2011. (МИРЭА шифр 004 Б090)
9. Генерация хаоса / А. С. Дмитриев [и др.]. — М.: Техносфера, 2012. — 424 с.: ил. — (Мир физики и техники).(шифр 621.37Г29 НТБ МИРЭА)

в) ресурсы информационно-справочной системы, необходимые для освоения дисциплины:

1. Научная электронная библиотека <http://www.elibrary.ru>
2. Консультант Плюс <http://www.consultant.ru>